Transfert thermique

Mode de transfert thermique

Au niveau microscopique le transfert thermique s'effectue par chocs entre particules de manière désordonnée : les particules les plus agitées transmettent leur énergie cinétique aux particules moins agitées.

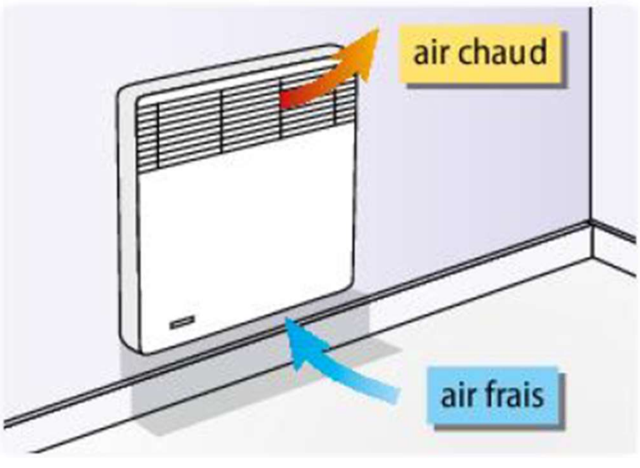
Il existe trois modes de transfert thermique qui peuvent se faire séparément ou simultanément.

La conduction thermique

La conduction thermique est un transfert thermique par contact entre le système et l'extérieur.
L'agitation thermique se transmet de proche en proche dans la matière, sans déplacement de matière.
Elle se produit principalement dans les solides.
Exemple : le fond d'une casserole qui s'échauffe par contact avec une plaque chauffante.

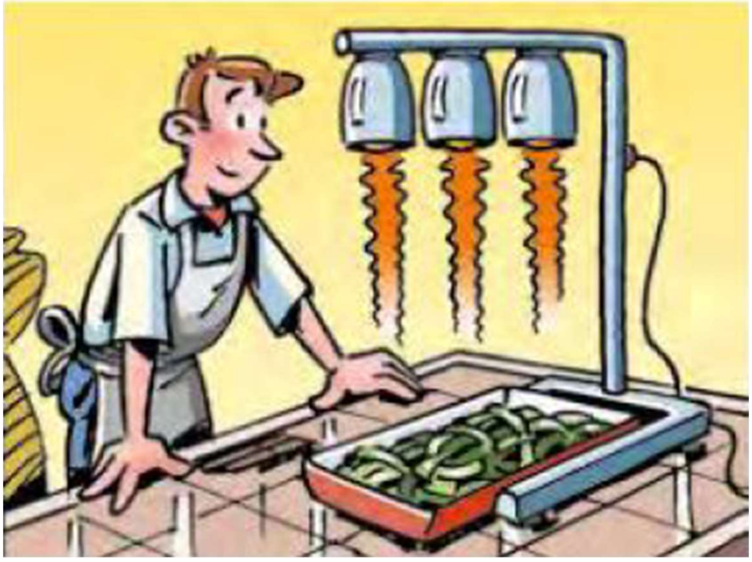
La convection thermique

La convection thermique est un transfert thermique entre le système et l'extérieur par mouvement de matière au sein du système.
Elle se produit dans les fluides (liquide ou gaz).
L'agitation thermique se transmet de proche en proche dans le fluide avec déplacement de celui-ci : Des courants de fluide circulent.
Exemple : Tout l'air d'une pièce peut se chauffer à l'aide d'un radiateur électrique placé contre un mur. En effet, la circulation des particules d'air se fait de la façon suivante : l'air chaud moins dense monte et l'air froid plus dense descend, le tout crée un mouvement de convection.



Le rayonnement thermique

Le rayonnement est un transfert qui se fait par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques.
C'est le seul transfert thermique qui peut avoir lieu dans le vide. Il peut aussi se produire dans l'aire.
Exemple : le Soleil réchauffe la Terre à distance.
Les lampes à infrarouges au-dessus des plats.



Sens de transfert thermique

Un transfert thermique se fait spontanément de la zone la plus chaude vers la zone la plus froide.
Un café laissé chaud dans sa tasse va transférer son énergie au milieu environnant et donc se refroidir de façon irréversible.

Le flux thermique

Un transfert thermique peut se faire plus ou moins rapidement. Pour évaluer cette vitesse de transfert, on détermine le flux thermique.

Si le transfert thermique Q entre un système et l'extérieur a pour durée Δt, alors le flux noté Φ est défini par :

$$\boldsymbol{\Phi = \frac{Q}{\Delta t}}$$

Par convention, le flux thermique est compté :

- Positivement s'il est reçu par le système
- Négativement s'il est cédé par le système

Le flux thermique est aussi appelé puissance thermique P_{th}.

Si $T_A > T_B$ alors le flux thermique $\boldsymbol{\Phi}$ a lieu du point A vers le pont B

La résistance thermique

La résistance thermique R_{th} caractérise l'opposition d'un milieu au transfert thermique entre deux points.

$$\Phi = \frac{T_A - T_B}{R_{th}} = \frac{\theta_A - \theta_B}{R_{th}}$$

T en K ; θ en °C ; Φ en W ; R_{th} en $K \cdot W^{-1}$; R_{th} en $°C \cdot W^{-1}$

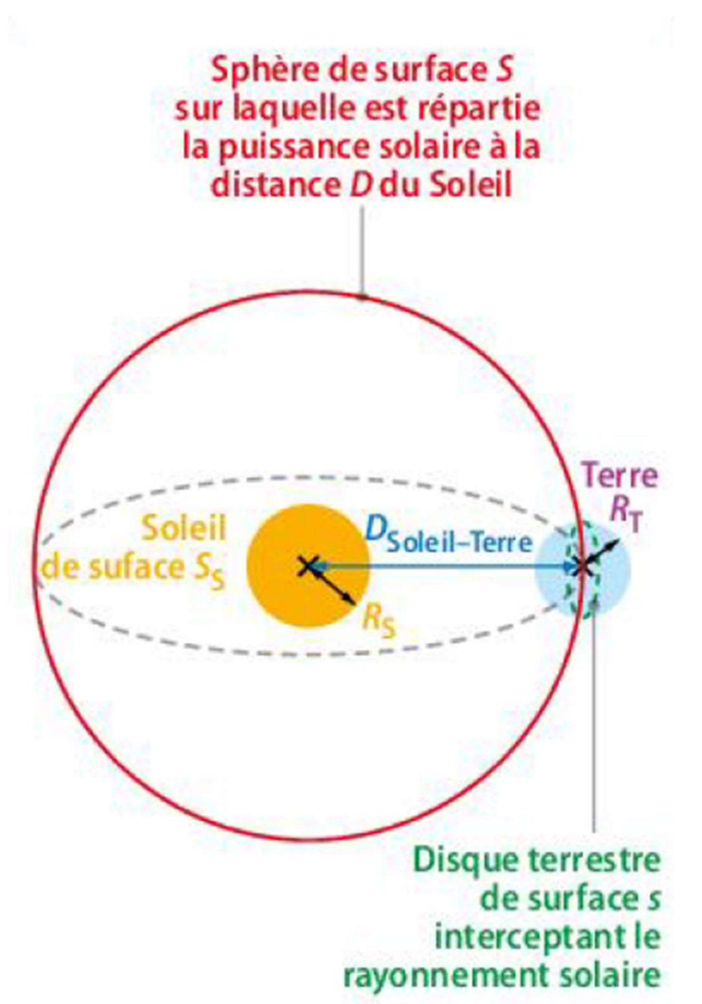
Remarque : Vaut-il mieux verser du lait froid dans le thé ou attendre avant de le verser ?
Plus la différence de température est grande, plus le flux thermique sera important…

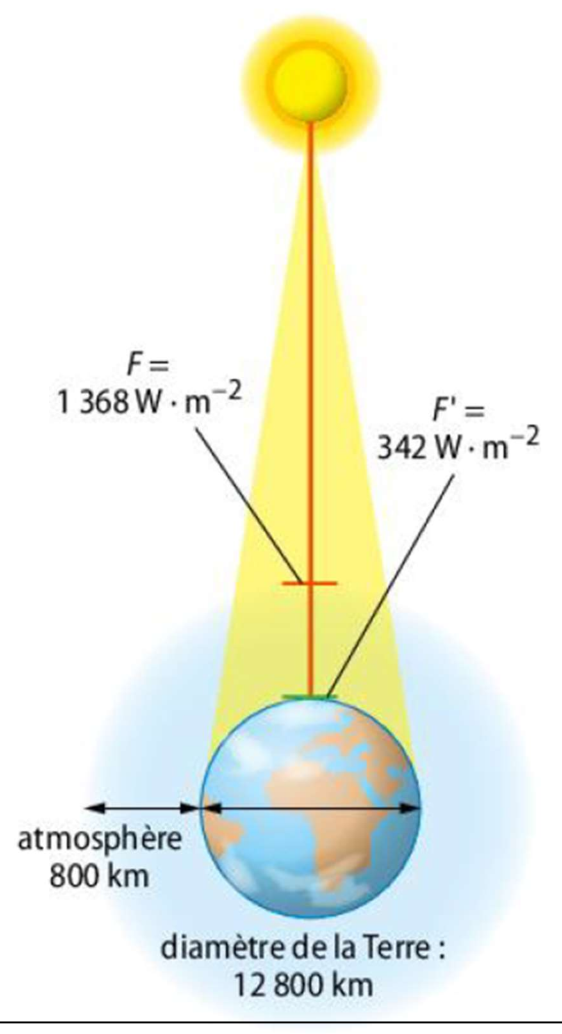
La résistance thermique R_{th} vaut pour une plaque isolante d'épaisseur e et de surface S pour un matériau de conductivité λ :

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda \times S}$$

Bilan thermique du système Terre-atmosphère

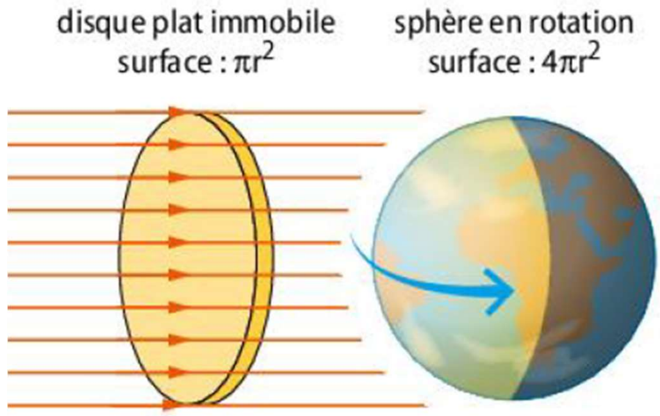
Répartition du rayonnement solaire et flux thermique reçu du Soleil par unité de surface





Le flux thermique Φreçu par la Terre se répartit sur la totalité de la surface de la Terre :

Le Soleil étant très éloigné de la Terre, on peut considérer que les rayons du Soleil arrivent tous parallèlement.



La Terre tourne sur elle-même. La surface qui reçoit le flux thermique correspond donc à la surface entière de la Terre.

$$\Phi = \mathrm{F} \times \pi \times \mathrm{r}^2 = \mathrm{F}' \times 4 \times \pi \times r^2$$

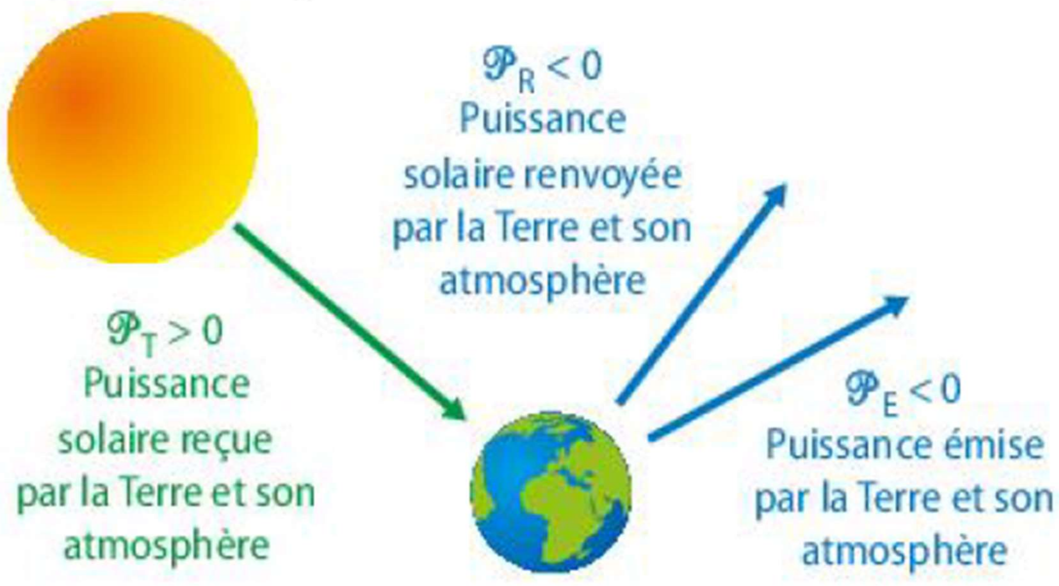
D'où :

$$\mathrm{F}' = \frac{F}{4}$$

Cette description des flux thermique n'est pas correcte car elle conduit à des calculs qui donne à la Terre une température de 6°C alors que la température moyenne de la Terre est de 15°C.

En effet, la Terre réfléchit vers l'espace 30% de l'énergie qu'elle reçoit. Ce phénomène provient de l'Albédo.
De plus, les gaz de l'atmosphère absorbent 20% du rayonnement infrarouge émis par le sol. Ce phénomène correspond à l'effet de serre qui provoque le réchauffement de la planète.

Bilan quantitatif d'énergie du système {Terre et atmosphère}



- Le Soleil et la Terre sont assimilés à des corps noirs sphériques, incompressibles, échangeant de l'énergie par rayonnement et sans échange de matière avec l'extérieur.
- La distance Terre-soleil ne varie pas. Le système {Terre et atmosphère} n'échange aucune énergie par travail de force non conservative.

- Les transferts thermiques avec l'extérieur sont :
    - $Q_{reçu} = transfert\ thermique\ \boldsymbol{reçu}\ par\ le\ Soleil$ (100%)
    - $Q_{renvoyé} = transfert\ thermique\ \boldsymbol{renvoy}é\ par\ le\ système$ (30%)
    - $Q_{émis} = transfert\ thermique\ é\boldsymbol{mis}\ par\ le\ système$ (70%)

Remarques :

Le transfert thermique renvoyé par le système a lieu au niveau de l'atmosphère. Il se fait par diffusion ou réflexion.

Le rayonnement thermique émis par le système est un rayonnement principalement infrarouge.

En régime permanent indépendant du temps, le système est à l'équilibre thermique car la température du système est supposée constante (on ne fait pas distinction entre le jour et la nuit, ni entre les saisons) :

$$\Delta U = 0$$

Application du premier principe de la thermodynamique

$$\begin{cases} \Delta U = Q_{reçu} + Q_{renvoyé} + Q_{émis} \\ \Delta U = 0 \end{cases}$$

D'où :

$$Q_{reçu} + Q_{renvoyé} + Q_{émis} = 0$$

En divisant par la durée Δt, on trouve un bilan en puissance :

$$P_{reçu} + P_{renvoyé} + P_{émis} = 0$$

En divisant par la surface du système on trouve un bilan surfacique :

$$p_{reçu} + p_{renvoyé} + p_{émis} = 0$$

Loi de Stefan-Boltzmann

Pour déterminer la température moyenne de la Terre, il faut écrire le bilan de puissance du système {Terre et atmosphère}, issu du premier principe de la thermodynamique.

La puissance par unité de surface ou puissance surfacique p émise par un corps noir est liée à sa température Tpar la relation :

$$\boldsymbol{p = \sigma \times T^4}$$

σ = 5,67×10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}

Pour le système {Terre et atmosphère} on a donc la relation :

$$-p_{émis} = \sigma \times T^4$$

D'après la relation vue au paragraphe 3, on en déduit :

$$T = \left(\frac{p_{reçu} + p_{renvoyé}}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Albédo

L'albédo α est une grandeur sans unité qui caractérise l'aptitude d'une surface à renvoyer, par diffusion ou réflexion, le rayonnement qui lui parvient :

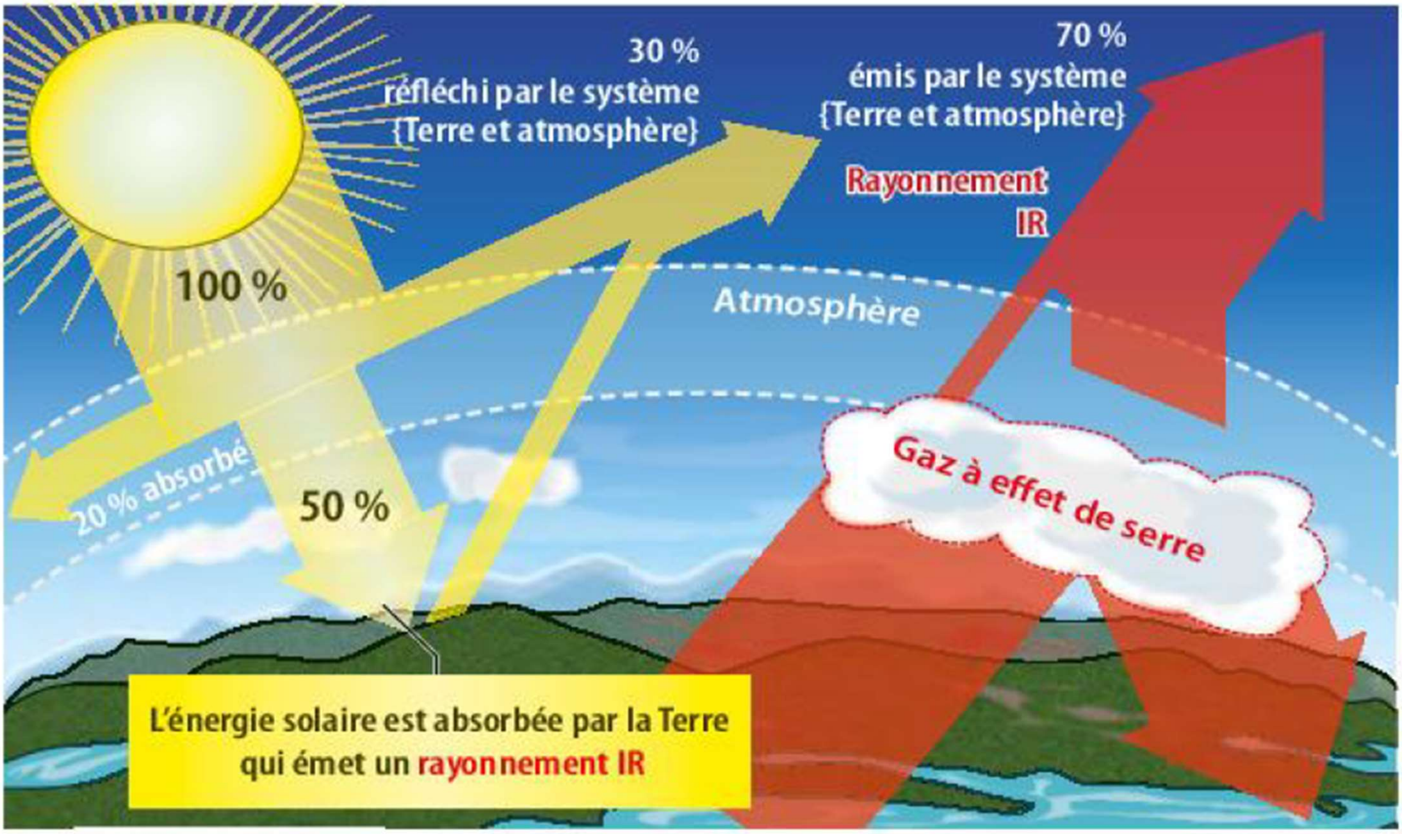
puissance $\mathcal{P}_r$ renvoyée par la surface S en W

$$\alpha = \frac{|\mathcal{P}_r|}{\mathcal{P}_i}$$

puissance $\mathcal{P}_i$ incidente sur cette même surface en W

Remarques :

- Une diminution de l'albédo du système {Terre et atmosphère} entraine une élévation de la température terrestre moyenne.
- Une augmentation de l'effet de serre entraine une élévation de la température terrestre moyenne.



L'effet de serre est dû aux gaz de l'atmosphère (principalement l'eau et le dioxyde de carbone) qui absorbent et renvoient vers la Terre une partie des radiations infrarouge qu'elle émet.

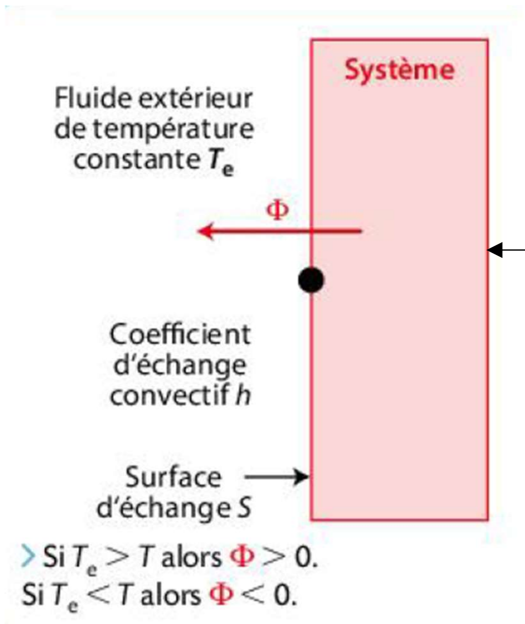
La loi phénoménologique de Newton

Modèle

Un thermostat est un objet dont la température reste constante.
Le milieu extérieur peut souvent jouer le rôle de thermostat pour un système étudié.
Un thermostat est un système capable d'échanger de l'énergie thermique sous forme de transfert thermique sans que sa température ne soit modifiée.

L'extérieur est constitué d'un fluide (air ou eau) dont la température ne va pas varier : il s'agit du thermostat.

Le principal mode de transfert thermique avec le système est la convection.



T est la température de la surface S du système.

La loi phénoménologique de Newton permet de caractériser les échanges d'énergies thermiques élémentaires δQ d'une phase condensée (c'est-à-dire solide ou liquide) en contact avec un thermostat pendant une durée infinitésimale dt.

$$\boldsymbol{\delta Q = h \times S \times \big(T_e - T(t)\big) \times dt}$$

D'après le premier principe appliqué au système étudié :

$$dU = C \times dT = \delta Q$$

Soit :

$$C \times dT = h \times S \times \big(T_e - T(t)\big) \times dt$$

D'où l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{h \times S}{C}\big(T_e - T(t)\big)$$

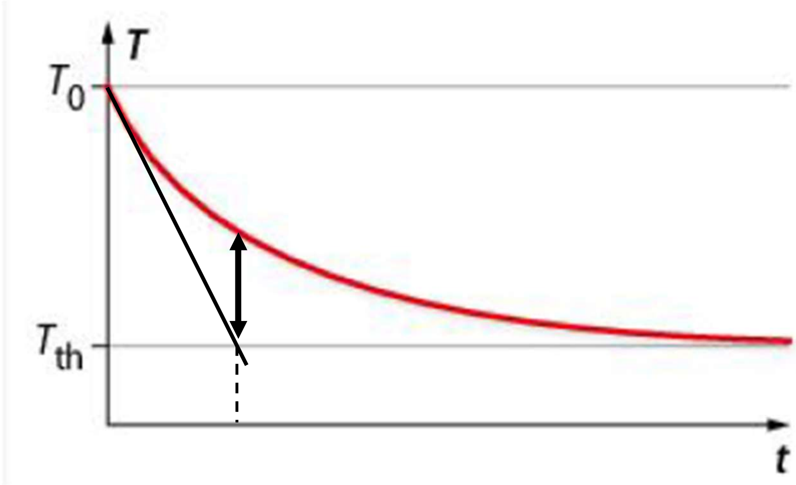
Et donc :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h \times S}{C}\,T(t) = \frac{h \times S}{C}T_e$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$T(t) = T_e + (T_0 - T_e)\,e^{-\frac{h\times S}{C}t}$$

Evolution de la température en fonction du temps d'un système au contact d'un thermostat.



La valeur de l'abscisse du point correspondant à l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale a pour valeur la constante de temps :

$$\frac{h \times S}{C}$$

Bilan d'énergie d'un système incompressible

Établissement de l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système	**Détermination de la solution de l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système**
• D'après le **premier principe de la thermodynamique**, entre un état initial i et un état final f : $\Delta U_{i \to f} = Q$ • Or pour une durée Δt suffisamment courte : $Q = \Phi \times \Delta t$ • De plus, d'après la loi de Newton, $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$ d'où : $Q = h \times S \times (\theta_e - \theta) \times \Delta t$ • On a également, pour un système incompressible de masse m dont la variation de température est $\Delta\theta$: $\Delta U_{i \to f} = m \times c \times \Delta\theta$ avec c la capacité thermique massique du système. • La relation devient $m \times c \times \Delta\theta = h \times S \times (\theta_e - \theta) \times \Delta t$ soit : $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{h \times S}{m \times c} \times (\theta_e - \theta)$ • Lorsque Δt tend vers zéro, la limite de $\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)$ est égale à la dérivée de θ par rapport au temps t notée $\frac{d\theta}{dt}$. Il vient : $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c} \times \theta + \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_e$ C'est l'**équation différentielle** vérifiée par la température T du système.	En mathématiques, les solutions d'une équation $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$) sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K une **constante d'intégration** réelle. Pour résoudre l'équation différentielle, il faut remplacer la fonction y par θ, la variable x par le temps t, la constante a par $-\frac{h \times S}{m \times c}$ et la constante b par $\frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_e$. • Les solutions de l'équation différentielle sont de la forme : $\theta = K \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + \theta_e$ • Pour déterminer la constante K, il faut utiliser les conditions initiales sur la température. À $t = 0$ s, la température du système est $\theta = \theta_i$ donc : $\theta_i = K \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times 0} + \theta_e$ Or $e^0 = 1$, ce qui conduit à : $K = \theta_i - \theta_e$. • La **solution de l'équation différentielle** est donc : $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{a \times t} + \theta_e$ avec $a = -\frac{h \times S}{m \times c}$ $\tau = -\frac{1}{a}$ est appelé temps caractéristique de l'évolution de la température du système, exprimé en seconde.

Exercices

Exercice 1 : QCM

Exercice 2 : Identifier le mode de transfert thermique

Un jour d'été très chaud, la température de l'eau du lac de Lacanau en Gironde est 23 °C, la température de l'air est 30 °C et celle du sable 25 °C.

1. Identifier le mode de transfert thermique principal entre l'eau et le Soleil, l'eau et le sable, l'eau et l'air.

2. Indiquer le sens de ces transferts et leur signe si le système étudié est l'eau du lac.

Exercice 3 : Déterminer un flux thermique

En été, un flux thermique Φ s'effectue à travers le pare-brise séparant l'habitacle d'une voiture, de l'air extérieur.

1. Déterminer le sens du flux thermique Φ traversant le pare-brise.

2. Calculer Φ.

Données

- Résistance thermique du verre d'un pare-brise : $R_{th} = 3{,}0 \times 10^{-3}\ °C \cdot W^{-1}$.
- La résistance thermique R_{th} et le flux Φ orienté d'un point A à un point B sont liés par : $\Phi = \dfrac{(\theta_A - \theta_B)}{R_{th}}$.

Exercice 4 : Comprendre la loi de Stefan

La puissance surfacique p émise par un corps noir s'exprime par : $p = \sigma \times T^4$.

1. Que représente la grandeur T dans cette loi ?

2. Préciser les unités de p et de T.

Donnée

Constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$.

Exercice 5 : Comprendre la loi de Newton

Le flux thermique transféré entre un système en convection et un thermostat, milieu extérieur à température constante, est modélisé par la loi de Newton :

$$\Phi = h \times S \times (T_e - T)$$

- Indiquer ce que représentent les grandeurs S, T_e et T dans cette loi et préciser les unités de h et Φ.

Exercice 6 : Discuter de l'influence de l'albédo

Recopier les phrases a, b et c et les compléter avec certains termes ci-dessous.

absorbé(e) — 70 % — inférieur(e) — 30 % — supérieur(e) — renvoyé(e)

a. L'albédo est le pourcentage de la puissance solaire qui est .... par le système {Terre et atmosphère}.

b. L'albédo de la glace est .... à celui des forêts.

c. Sans albédo, la température terrestre moyenne serait .... à celle avec albédo.

Exercice 7 : Effectuer un bilan d'énergie

1. À partir de la loi de Newton, exprimer le transfert thermique Q effectué par convection entre un système incompressible à la température θ et le milieu extérieur à la température constante θ_e (ou thermostat) pendant la durée Δt. Le système ou le milieu extérieur est fluide.

2. Exprimer Q en fonction de la masse m du système, de sa capacité thermique massique c et de la variation de température $\Delta\theta$.

3. Déduire des relations précédentes l'équation différentielle vérifiée par la température θ.

Donnée

Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$.

Exercice 8 : Résoudre une équation différentielle

À la sortie du four, un gâteau dans son moule est à la température $\theta_i = 180$ °C. Le système {gâteau et moule} est laissé à la température ambiante constante de $\theta_e = 20$ °C.

L'équation différentielle vérifiée par la température du système est : $\frac{d\theta}{dt} = a \times (\theta - \theta_e)$.

Dans cette relation, a est une constante négative qui dépend du système et du fluide étudiés.

1. Montrer, en résolvant l'équation différentielle, que $\theta = \theta_e + (\theta_i - \theta_e) \times e^{a \times t}$. Utiliser le réflexe 2

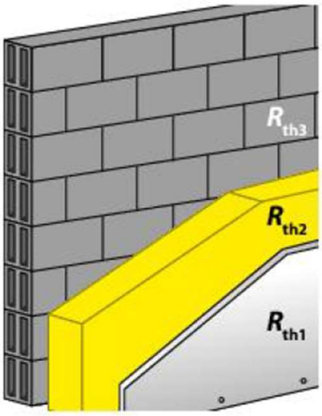
2. Quelle sera la température du gâteau un
sa sortie du four ?

Données

- On considère que le système {gâteau et moule} est un système incompressible.
- On néglige les échanges de matière entre le système et le milieu extérieur ; le seul transfert thermique est convectif.
- Dans la situation étudiée, $a = -3{,}8 \times 10^{-4}$ s^{-1}.

Exercice 9 : Pertes thermiques

Un mur est constitué d'une cloison de plâtre de résistance thermique R_{th1} collée à une couche de laine de verre de résistance thermique R_{th2}.
L'ensemble est fixé à une paroi de béton de résistance thermique R_{th3}.
La surface S du mur est 20 m^2.
La température à l'intérieur de la pièce est 20 °C ; celle du milieu extérieur est 5 °C.



1. Schématiser la situation en indiquant par une flèche le sens des transferts thermiques à travers le mur.

2. Indiquer le mode de transfert thermique mis en jeu.

3. Calculer la résistance thermique totale du mur R_{th}.

4. Calculer le flux thermique Φ traversant le mur.

5. Comparer Φ avec le flux thermique traversant une simple paroi de béton pour une même différence de température.

Données

- Résistances thermiques en °C·W^{-1} pour $S = 20$ m^2 :

Plâtre	Laine de verre	Béton
0,039	0,125	0,013

- La résistance totale d'un mur constitué de couches accolées est égale à la somme des résistances thermiques de chacune des couches.

Exercice 10 : La gourde du randonneur

Avant l'arrivée des bouteilles isothermes en acier, les gourdes étaient souvent de simples bouteilles en aluminium anodisé. Un randonneur remplit une telle gourde, de masse $m_1 = 172$ g, d'une boisson chaude de masse $m_2 = 750$ g à la température $\theta_i = 50$ °C. La température de l'air extérieur est $\theta_e = 5$ °C, supposée constante : l'air extérieur est un thermostat. On considère le système {boisson et gourde} comme un système incompressible de température uniforme, de surface $S = 4{,}0 \times 10^{-2}$ m^2. Par conduction thermique, la surface externe de la gourde atteint très rapidement la température initiale de la boisson sans prélèvement d'énergie.

1. Identifier le fluide qui échange de l'énergie par convection avec le système, puis effectuer un bilan quantitatif d'énergie pour ce système.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système.

3. Résoudre cette équation différentielle et montrer que l'évolution de la température au cours du temps est donnée par la relation : $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{-\frac{h \times S}{(m_1 + m_2) \times c} \times t} + \theta_e$, avec t en seconde et θ en degré Celsius

4. En ne considérant que le seul transfert thermique par convection, calculer la température de la boisson dans la bouteille au bout de 2 heures, le flux étant supposé constant. Conclure.

5. Les gourdes isothermes actuelles, en acier, peuvent désormais maintenir les boissons chaudes pendant 12 heures dans des conditions hivernales. Ce type de gourde comporte une double enveloppe d'acier comprenant une épaisseur vide d'air. Expliquer pourquoi il est possible de maintenir ainsi la température d'une boisson chaude au cours d'une durée si importante.

Données

- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$ avec Φ le flux convectif entre le milieu extérieur et le système, et h le coefficient d'échange convectif dans l'air ($h = 10$ W·m^{-2}·°C^{-1}).
- Capacité thermique massique du système étudié : $c = 3{,}6 \times 10^3$ J·kg^{-1}·°C^{-1}.
- On néglige tout transfert thermique autre que convectif.

Côté maths 7 : Résoudre une équation différentielle de second membre constant et non nul

Côté maths

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle suivante :
$y' = -4y + 8$ avec la condition $y(0) = 4$.

Méthode

Pour une équation différentielle $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$), les solutions sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $K \in \mathbb{R}$.

Les solutions de cette équation sont donc :
$y = K \times e^{-4x} - \frac{8}{(-4)} = K \times e^{-4x} + 2$ avec $K \in \mathbb{R}$.

Or, $y(0) = 4$, donc $4 = K + 2$, soit $K = 2$.

L'unique solution de cette équation différentielle avec la condition $y(0) = 4$ est donc : $y = 2e^{-4x} + 2$.

Côté physique & chimie

Déterminer la solution de l'équation différentielle :
$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c} \times \theta + \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_e$ avec $\theta(0) = \theta_i$

Méthode

Les solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ s'écrivent $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $K \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Par analogie, les solutions de l'équation différentielle proposée sont : $\theta = K \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + \theta_e$.

Sachant que $\theta(0) = \theta_i$ on trouve $K = \theta_i - \theta_e$.

L'unique solution de cette équation différentielle vérifiant $\theta(0) = \theta_i$ est donc : $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + \theta_e$.

À retenir !

Théorème – Les solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ s'écrivent :

$$y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a} \quad \text{avec } K \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq 0$$